

Contraintes planes

Je tiens à remercier « Sido » de l'Ecole Centrale de Lyon pour ses explications sur le cercle de Mohr et à Mr SK Bhattacharyya de L'Indian Institute of Technology pour les exercices d'application inclus dans ce cours.

Ces professeurs m'ont aidé par leurs documents écrits et vidéos à réaliser le cours ci-dessous que les spécialistes trouveront certainement incomplet mais qui apportera j'espère des éclaircissements aux débutants.

PB 2012

1—Rappels du chapitre précédent : « tenseur des contraintes en un point » et notion de « champ de contraintes » dans un repère à 3 dimensions :

(dans le texte, les vecteurs apparaissent en caractère gras)

a- Dans le chapitre précédent nous avons montré qu'en tout point M d'un élément de surface sollicité par des efforts internes apparaît un vecteur contrainte caractérisé par la relation vectorielle:

$$\vec{\Sigma}(M, \mathbf{n}) = [\sigma_{i,j}] \cdot \mathbf{n}$$

où $[\sigma_{i,j}]$ désigne une matrice à 3 lignes et 3 colonnes particulière appelée

tenseur des contraintes en M relativement au repère de référence choisi et \mathbf{n} (a, b, c) la normale à la surface. Cette relation peut aussi s'écrire dans le repère de référence:

$$\vec{\Sigma}(M, \mathbf{n}) = (a \cdot \sigma_{xx} + b \cdot \sigma_{yx} + c \cdot \sigma_{zx}) \cdot \vec{i} + (a \cdot \sigma_{xy} + b \cdot \sigma_{yy} + c \cdot \sigma_{zy}) \cdot \vec{j} + (a \cdot \sigma_{xz} + b \cdot \sigma_{yz} + c \cdot \sigma_{zz}) \cdot \vec{k} \quad (1)$$

b- Cette relation signifie qu'il existe en fait en ce point **une infinité de vecteurs contraintes sollicitant l'élément de surface suivant les orientations qu'il prend dans l'espace d'où l'appellation de « champ de contraintes » ...**

Soit un repère d'axes M_x , M_y et M_z orthogonaux. Considérons un cube élémentaire de centre M dont les 3 faces sont orthogonales aux axes précédents. (Ce petit cube virtuel doit être considéré comme un explorateur local du champ de contrainte).

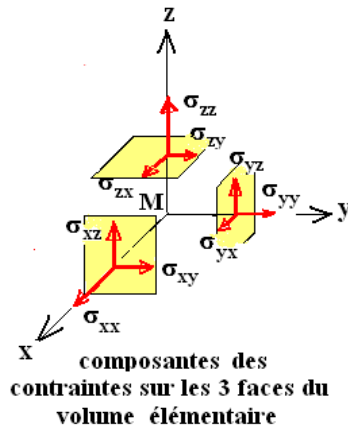
Le petit cube présente ses différentes faces dans le champ de contrainte. Chaque face, ayant une orientation propre, sera sollicitée par un vecteur contrainte particulier défini par la relation précédente:

$$\vec{\Sigma}(M, \mathbf{n}) = [\sigma_{i,j}] \cdot \mathbf{n}$$

Ce sont les composantes de ce vecteur qui vont plus particulièrement nous intéresser : la composante normale sur les deux faces opposées tendent à éloigner (traction) ou rapprocher (compression) celles-ci l'une de l'autre. La composante tangentielle tend à faire glisser les deux faces opposées l'une par rapport à l'autre (cisaillement). L'orientation du cube correspondant à un cisaillement maximum des faces opposées est particulièrement utile à connaître car elle détermine la bonne tenue du matériau.

Considérons, la face perpendiculaire à M_x , de normale \vec{i} de composantes (a=1, b=0, c=0). Elle est soumise au vecteur contrainte $\vec{\Sigma}(M, \vec{i})$

$$\vec{\Sigma}(M, \vec{i}) = \sigma_{xx} \cdot \vec{i} + \sigma_{xy} \cdot \vec{j} + \sigma_{xz} \cdot \vec{k}$$



(ces composantes apparaissent dans la 1^{ère} ligne du tenseur des contraintes : la 1^{ère} est la composante normale et les deux autres les deux composantes tangentielles).

De même, la face perpendiculaire à My de normale \vec{j} ($a=0, b=1, c=0$) sera soumise au vecteur contrainte $\vec{\Sigma}(M, \vec{j})$...

$$\vec{\Sigma}(M, \vec{j}) = \sigma_{yx} \cdot \vec{i} + \sigma_{yy} \cdot \vec{j} + \sigma_{yz} \cdot \vec{k}$$

Le tenseur des contraintes relatif à un repère Mxyz comprend sur chaque ligne les 3 composantes du vecteur contrainte agissant sur chacune des 3 faces du cube :

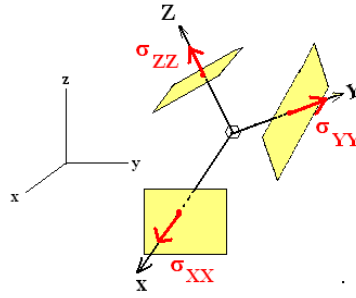
$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}_{(Mxyz)}$$

Si le cube subit une rotation de centre M, l'axe Mx devenant Mx₁, My devenant My₁ ...etc .Les contraintes sur les 3 facettes sont modifiées puisqu'elles sont orientées différemment par rapport au repère initial Mxyz.

Le tenseur des contraintes dans ce nouveau repère Mx₁y₁z₁ constitué des différentes composantes sur les 3 faces est bien entendu modifié. Pour trouver ces nouvelles composantes une méthode générale algébrique de changement de repère par rotation est possible. **Dans le plan, la méthode graphique du cercle de Mohr que nous allons développer en détail est beaucoup plus pratique**

c-Nous avons vu qu'il existe une position particulière MXYZ du cube pour laquelle le tenseur des contraintes est une matrice diagonale : ces contraintes sont dites **principales**, les axes sont appelés « **axes principaux** » et le repère « **repère principal** » **MXYZ**.

La connaissance des contraintes principales est importante car celles-ci ont une valeur maximale (ou minimale suivant l'axe principal considéré)



Par contre, les contraintes tangentielles sont nulles par rapport au repère principal.

Le vecteur contrainte de facette \mathbf{n} quelconque s'écrit alors dans ce repère :

$$\vec{\Sigma}(\mathbf{M}, \vec{\mathbf{n}}) = (a \cdot \sigma_{xx}) \cdot \vec{\mathbf{I}} + (b \cdot \sigma_{yy}) \cdot \vec{\mathbf{J}} + (c \cdot \sigma_{zz}) \cdot \vec{\mathbf{K}}$$

Et les vecteurs contrainte de facette $\mathbf{I}(1,0,0)$, $\mathbf{J}(0,1,0)$, $\mathbf{K}(0,0,1)$ s'écrivent respectivement :

$$\vec{\Sigma}(\mathbf{M}, \vec{\mathbf{I}}) = \sigma_{xx} \cdot \vec{\mathbf{I}} \quad \vec{\Sigma}(\mathbf{M}, \vec{\mathbf{J}}) = \sigma_{yy} \cdot \vec{\mathbf{J}} \quad \vec{\Sigma}(\mathbf{M}, \vec{\mathbf{K}}) = \sigma_{zz} \cdot \vec{\mathbf{K}}$$

les contraintes principales : σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} qui appartiennent à la diagonale sont donc normales à ces facettes.

d-Un cas limite intéressant est celui où la matrice diagonale est constituée de contraintes **toutes égales à σ** et lorsque ce tenseur est un invariant par rotation.

Le vecteur contrainte s'écrit pour n'importe quelle facette \mathbf{n} et dans n'importe quel repère :

$$\vec{\Sigma}(\mathbf{M}, \vec{\mathbf{n}}) = (a \cdot \sigma) \cdot \vec{\mathbf{i}} + (b \cdot \sigma) \cdot \vec{\mathbf{j}} + (c \cdot \sigma) \cdot \vec{\mathbf{k}} = \sigma \cdot (a \cdot \vec{\mathbf{i}} + b \cdot \vec{\mathbf{j}} + c \cdot \vec{\mathbf{k}}) = \sigma \cdot \vec{\mathbf{n}}$$

Le champ de contrainte est dit **hydrostatique** : il est **analogue à un champ de pression**. Toute section plongée dans un liquide ou un gaz reçoit une pression normale à cette surface.

2-champ de contraintes planes :

a-Expression du tenseur des contraintes :

Par hypothèse nous considérons dans cette étude que le vecteur contrainte \mathbf{n} n'a pas de composante suivant un axe perpendiculaire au plan Mxy : d'où le nom de **contraintes planes**.

$$\Sigma(\mathbf{M}, \mathbf{n}) = [\sigma_{i,j}] \cdot \mathbf{n}$$

dans ce cas $[\sigma_{ij}]$ est **une matrice à 2 lignes et 2 colonnes**

$$\sigma_{(i,j)} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$$

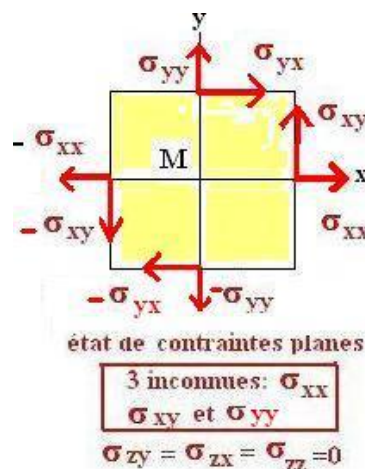
La contrainte de facette \mathbf{n} s'écrit :

$$\vec{\Sigma}(M, \vec{n}) = (a.\sigma_{xx} + b.\sigma_{yx}).\vec{i} + (a\sigma_{xy} + b\sigma_{yy}).\vec{j} \quad (1)$$

Nous avons représenté ci-dessous les **différentes composantes** du vecteur contrainte sur les facettes x , y, -x et -y du cube représenté dans le plan. (les facettes z et -z n'étant pas sollicitées) .

σ_{xx} et σ_{xy} sont les contraintes normale et tangentielle de facette x ; σ_{yy} et σ_{yx} sont les contraintes de facette y orthogonale à x.

Le cube étant en équilibre, les contraintes sur deux faces opposées sont égales en valeur et sont de signes opposées .Les contraintes tangentielles sur deux faces orthogonales (telles que σ_{xy} σ_{yx}) sont égales en valeur (principe de réciprocité). Le tenseur des contraintes planes n'a donc que **3 inconnues**.



b-recherche des composantes normales et tangentielle suivant l'orientation de n :

Nous souhaitons connaître les composantes normale σ_θ et tangentielle τ_θ du vecteur contrainte pour toute orientation de la normale \mathbf{n} d'une facette du cube.

Le vecteur \mathbf{n} est initialement confondu avec l'axe Mx : $\sigma_{xx} = \sigma_\theta$ (voir fig.1a).

La direction tangentielle \mathbf{t} est choisie orientée à $+\pi/2$ de la direction normale \mathbf{n} .

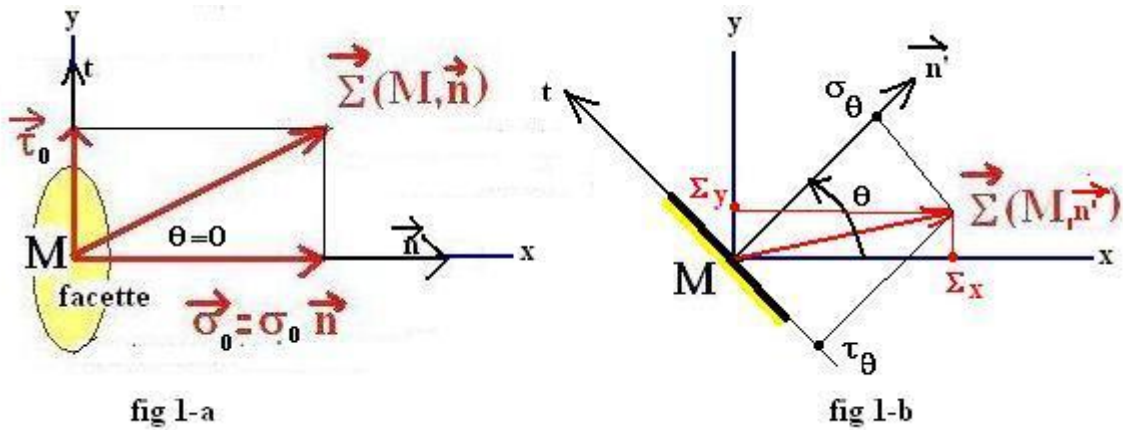
c-composantes du vecteur contrainte dans le repère fixe Mxy et dans le repère mobile (M,n,t)

Relativement au repère mobile (M,n,t) (rep. de Mohr), le vecteur contrainte s'écrit (fig 1-b):

$$\vec{\Sigma}(M, \vec{n}) = \sigma_\theta.\vec{n} + \tau_\theta.\vec{t}$$

Et par rapport au repère fixe Mxy de vecteurs de base \mathbf{i} et \mathbf{j} .:

$$\vec{\Sigma}(M, \vec{n}) = \Sigma_x.\vec{i} + \Sigma_y.\vec{j}$$



Les vecteurs \mathbf{n} et \mathbf{t} ont donc pour composantes dans le repère Mxy :

$$\vec{n} \begin{bmatrix} a = \cos \theta \\ b = \sin \theta \end{bmatrix} \quad \vec{t} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

D'après la relation (1), les composantes du vecteur contrainte dans le repère Mxy sont :

$$\Sigma_x = \sigma_{xx} \cdot \cos \theta + \sigma_{xy} \cdot \sin \theta$$

$$\Sigma_y = \sigma_{xy} \cdot \cos \theta + \sigma_{yy} \cdot \sin \theta$$

...et dans le repère mobile de Mohr : la composante normale est :

$$\sigma_\theta = \vec{\Sigma}(M, n) \cdot \vec{n} = (\Sigma_x \cdot \vec{i} + \Sigma_y \cdot \vec{j}) (\cos \theta \cdot \vec{i} + \sin \theta \cdot \vec{j})$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{xx} \cdot \cos^2 \theta + 2 \cdot \sigma_{xy} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta + \sigma_{yy} \cdot \sin^2 \theta.$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{xx} [(1 + \cos 2\theta)/2] + \sigma_{xy} [\sin 2\theta] + \sigma_{yy} [(1 - \cos 2\theta)/2].$$

$$\sigma_\theta = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})/2 + [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/2] \cdot \cos 2\theta + [\sigma_{xy}] \sin 2\theta. (2)$$

La composante tangentielle :

$$\tau_\theta = \vec{\Sigma}(M, n) \cdot \vec{t} = (\Sigma_x \cdot \vec{i} + \Sigma_y \cdot \vec{j}) (-\sin \theta \cdot \vec{i} + \cos \theta \cdot \vec{j})$$

$$\tau_\theta = -\sigma_{xx} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta - \sigma_{xy} \cdot \sin^2 \theta + \sigma_{xy} \cdot \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta.$$

$$\tau_\theta = [(\sigma_{yy} - \sigma_{xx})/2] [\sin 2\theta] - [\sigma_{xy}] [(1 - \cos 2\theta)/2] + [\sigma_{xy}] [(1 + \cos 2\theta)/2]$$

$$\tau_{\theta} = -[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/2] \cdot \sin 2\theta + [\sigma_{xy}] \cdot \cos 2\theta. (3)$$

Les équations (2) et (3) permettent d'effectuer le calcul des composantes du vecteur contrainte dans le repère mobile en fonction de la rotation θ de la facette par rapport à l'axe initial Mx .

d-lieu des points $m(\sigma_{\theta}, \tau_{\theta})$, cercle de Mohr :

Les équations (2) et (3) de transformation s'écrivent :

$$\sigma_{\theta} - (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})/2 = [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/2] \cdot \cos 2\theta + [\sigma_{xy}] \cdot \sin 2\theta. (2)$$

$$\tau_{\theta} = -[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/2] \cdot \sin 2\theta + [\sigma_{xy}] \cdot \cos 2\theta. (3)$$

$$(2)^2 - (3)^2 = [(\sigma_{\theta} - (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})/2)]^2 - \tau_{\theta}^2 = [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/2]^2 + [\sigma_{xy}]^2 = \text{constante.}$$

Cette équation est du type : $(\sigma_{\theta} - d)^2 - \tau_{\theta}^2 = R^2.$

Dans le repère de Mohr (σ, τ) , suivant la valeur de θ , le point $m(\sigma_{\theta}, \tau_{\theta})$ décrit un cercle de rayon R et de centre $C(d, 0)$: le cercle de Mohr.

Avec $R = \{ [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/2]^2 + [\sigma_{xy}]^2 \}^{1/2}$ et $d = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})/2$

Ainsi, à toute valeur de θ correspond un point représentatif m de coordonnées $(\sigma_{\theta}$ et $\tau_{\theta})$ décrivant le cercle de Mohr.

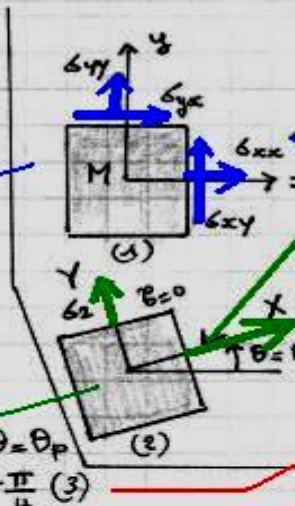
d-Construction du cercle :

On suppose avoir obtenu par calculs de R.d.M
 le tenseur des contraintes relatif à un
 repère initial Mxy (1)

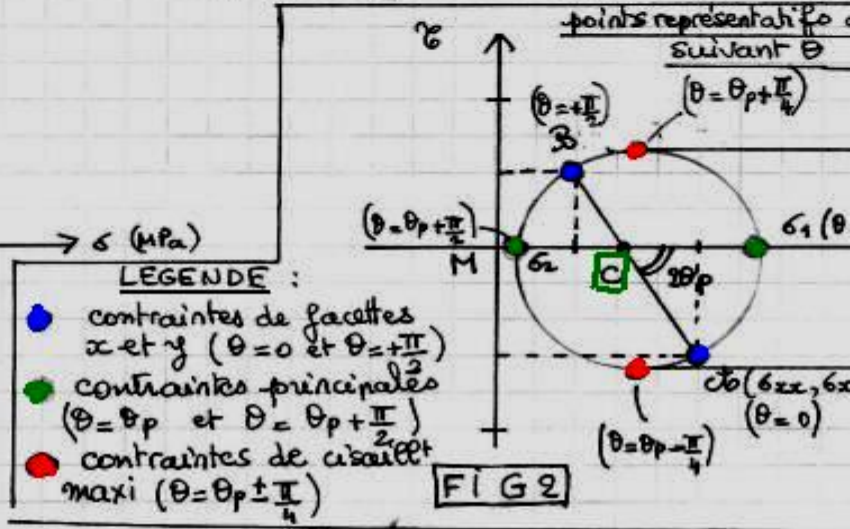
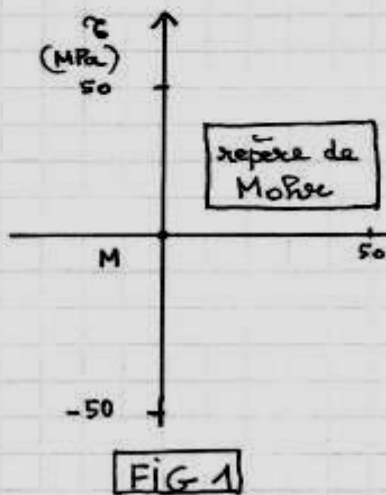
soit $\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$ contraintes sur la facette \vec{x}
 contraintes " " \vec{y}

$\sigma_{yx} = \sigma_{xy}$, la matrice est diagonale

ce que l'on cherche : les composantes sur les
 2 facettes pour une rotation θ du cube élémentaire
 En particulier : les contraintes principales σ_1 et σ_2 pour $\theta = \theta_p$
 et les contraintes de cisaillement maximum pour $\theta = \theta_p + \frac{\pi}{4}$ (3)



- tracer un repère M, σ, τ et choisir une échelle (par ex $1\text{cm} = 20\text{MPa}$) FIG 1

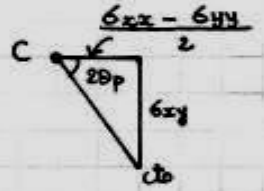


LEGENDE :
 ● contraintes de facettes x et y ($\theta = 0$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$)
 ● contraintes principales ($\theta = \theta_p$ et $\theta = \theta_p + \frac{\pi}{2}$)
 ● contraintes de cisaillement maxi ($\theta = \theta_p \pm \frac{\pi}{4}$)

- Tracer le point $A(\sigma_{xx}, \sigma_{xy})$ représentatif de la facette \vec{x} puis le point $B(\sigma_{yy}, -\sigma_{xy})$ représentatif de la facette \vec{y} . La facette \vec{x} correspond à $\theta = 0$, \vec{y} correspond à $\theta = \frac{\pi}{2}$. A et B sont 2 pts diamétralement opposés sur le cercle. Joindre A à B coupe $M\sigma$ en C centre du cercle. FIG 2 $\Rightarrow C(\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}; 0)$

- L'intersection du cercle avec l'axe horizontal donne les contraintes principales

- L'angle θ_p peut être calculé à partir de la relation : $\tan 2\theta_p = \frac{\sigma_{xy}}{\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}}$

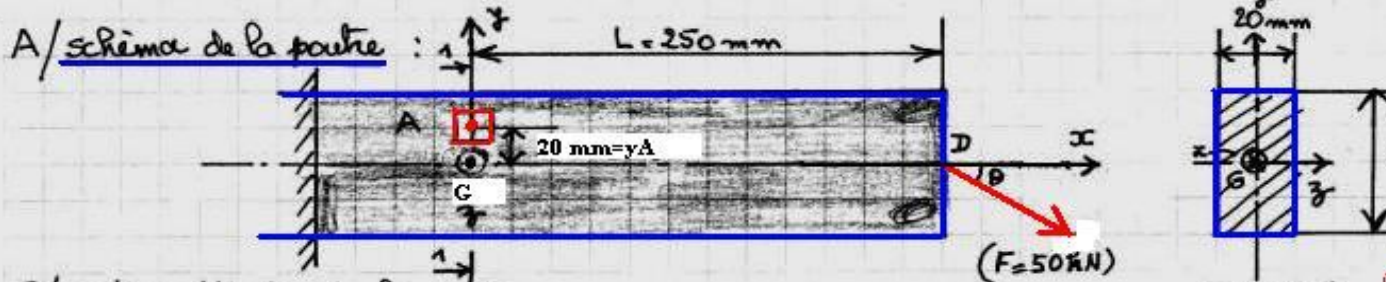


- à $\pm \frac{\pi}{4}$ de l'axe $M\sigma$ sur le cercle on obtient les points représentatifs des contraintes de cisaillement maximum. Ces pts correspondent à une rotation par rapport aux axes principaux ●

Rappel : lorsque la facette tourne de θ dans le plan réel, le pt sur le cercle tourne de -2θ dans le plan de Mohr

e- Exemple d'utilisation du cercle de Mohr :document tiré du cours de l'Indian Institute of Technology (BOMBAY) :

exercice : calcul de la contrainte maximale de cisaillement en un point A d'une poutre soumise à une flexion et à un effort tranchant
 (stresses combining axial load and bending moment)
 On considère la poutre de section rectangulaire encastree à gauche.
 Elle est soumise à une force $F = 50 \text{ kN}$ inclinée de θ (avec $\cos \theta = 0,8$ et $\sin \theta = 0,6$) à l'extrémité droite. Le point A se trouve à 250 mm de l'extrémité droite et 20 mm au-dessus de l'axe neutre.



B/ repère d'étude de la poutre :

G, x, y, z G est le centre de gravité de la section droite passant par A
 Gx = axe neutre orienté + vers la droite
 Gy = axe perpendiculaire à Gx vers le haut
 Gz = axe perpendiculaire au plan choisi pour que $Gxyz$ soit trièdre droit

C/ Torseur des forces de cohésion en G

la force extérieure \vec{F} peut être décomposée en :

$$F_x = F \cdot \cos \theta = 50 \times 10^3 \times \frac{4}{5} = 50 \times 10^3 \times 0,8 = 40 \times 10^3 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin \theta = 50 \times 10^3 \times \frac{3}{5} = 50 \times 10^3 \times 0,6 = 30 \times 10^3 \text{ N}$$

la section passant par G partage la poutre en 2 parties : Écrivons que le torseur des forces intérieures en G

= torseur des forces extérieures en G appliquées à droite de la section

$$\vec{T}_G = + \vec{T}_D \text{ (forçant } G \rightarrow D \text{)}$$

• Effort tranchant en G :

$$\vec{T}_G = + \vec{T}_D \text{ soit } T_G \vec{j} = T_D \vec{j} = - (30 \times 10^3) \vec{j}$$

$$T_G = -30.000 \text{ N}$$

• moment fléchissant en G :

$$\vec{M}_G = + (\vec{GD} \wedge \vec{F}_y) = 250 \vec{x} \wedge -30.000 \vec{j} = (-75.000) \vec{k}$$

$$M_G < 0 \Rightarrow M_G \curvearrowright$$

la fibre supérieure de la poutre est donc tendue

D/ Contraintes en A

1) contrainte de traction :

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A} + \frac{M_G \cdot y_A}{I_z} = \frac{40 \times 10^3}{2400} + \frac{7,5 \times 10^4}{2,88 \times 10^6}$$

avec $I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \times 120^3}{12} = 2,88 \times 10^6 \text{ mm}^4$ (moment quadratique par rapport à Gz)

attention à la cohérence des unités : forces \rightarrow N moment \rightarrow N x mm

$$\sigma_f \rightarrow \frac{\text{N} \cdot \text{mm} \times \text{mm}}{\text{mm}^4} = \text{N} \cdot \text{mm}^{-2} = \text{MPa}$$

$$\sigma_x = 16,6 + 52,1 = 68,7 \text{ MPa}$$

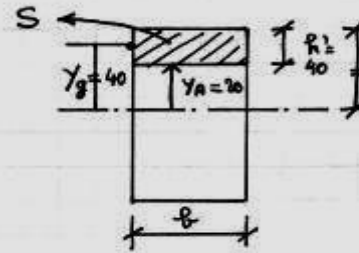
2) contrainte de cisaillement due à la flexion :

$$\tau_G = \frac{T_G \times Q}{I_z \times b}$$

Q = moment statique de la section située de y_A par rapport à Gz (voir fig)
 T_G = effort tranchant

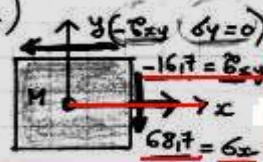
$$Q = \frac{b \cdot h^3}{S} \times y_g = 20 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} = 32 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow \sigma_A = \frac{-30 \times 10^3 \times 32 \times 10^3}{2,88 \times 10^6 \times 20} = -16,7 \text{ MPa} \quad \left(\frac{\text{N} \cdot \text{mm}^3}{\text{mm}^4 \times \text{mm}} \right)$$



E/ Tenseur des contraintes en A (MPa)

$$\begin{bmatrix} 68,7 & -16,7 \\ -16,7 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

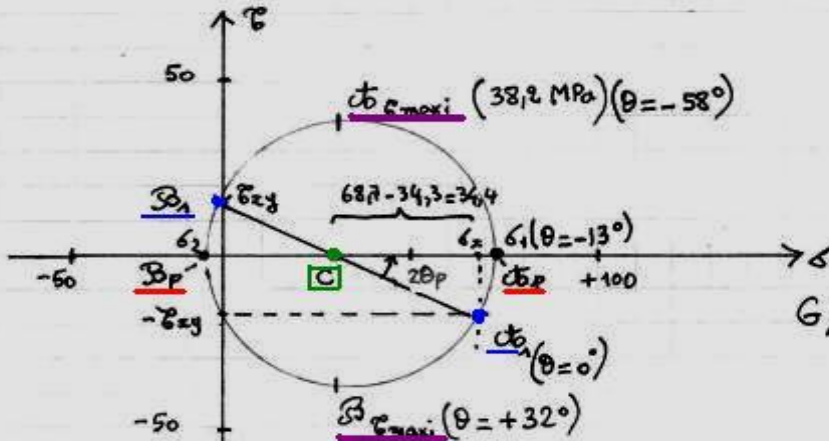


composantes du vecteur σ sur la facette de normale \vec{x}

composantes sur la facette de normale \vec{y} (2)

F/ construction du cercle de Mohr

Dans le repère M, σ, τ portons le point $\sigma_1(6x, \tau_{xy})$ représentatif de l'état de contrainte de normale \vec{x} ... puis le point $\sigma_2(0, -\tau_{xy})$ représentatif de l'état de contrainte de normale \vec{y}



L'intersection du segment avec l'axe $M\sigma$ donne C :

$$C \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{68,7 + 0}{2} = 34,3 \right)$$

le rayon R est tel que

$$R = \sqrt{34,4^2 + 16,7^2} = 38,2$$

G/ contraintes principales

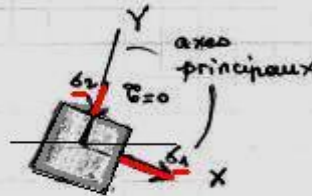
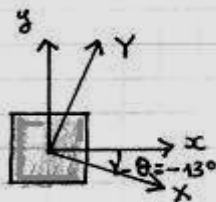
$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 34,3 + 38,2 = 72,5 \text{ MPa} \\ \sigma_2 &= 34,3 - 38,2 = -3,94 \text{ MPa} \end{aligned}$$

directions principales M_X, M_Y

Sur le cercle de Mohr, pour passer de l'état de contrainte initial de normale \vec{x} à l'état de contrainte principal \vec{x} ; $\sigma_1(\sigma_1, \tau=0)$, il faut tourner de $2\theta_p$ de la trigo. Avec :

$$\tan 2\theta_p = \frac{-16,7}{34,4} \quad \text{soit } 2\theta_p = 26^\circ$$

Dans le plan Mxy , le repère doit tourner dans le sens horaire de $\theta_p = -13^\circ$



Relativement aux facettes X et Y les contraintes de cisaillement sont nulles et les contraintes normales sont σ_1 et σ_2 (mini) σ_2 étant négatif et comprimée

H/ Contraintes de cisaillement maximums : les points représentatifs sont sur le cercle de Mohr

σ_1 et σ_2 sont décalés de $\pm \frac{\pi}{2}$ par rapport aux contraintes principales σ_1 et σ_2 soit $\pm \frac{\pi}{2}$ de la plan Mxy

L'angle de cisaillement maxi est donc : $-13^\circ \pm 45^\circ = -58^\circ$ ou 32° et τ_{max}

les facettes sont soumises alors à un effort normal moyen : $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = 34,3 \text{ MPa}$



Nous allons exploiter ces résultats pour vérifier la bonne tenue du matériau :

I) Calculs des contraintes équivalentes pour vérification du matériau :

Tresca :

$$\sigma_{Teg} = \sigma_2 - \sigma_1 = 72,5 - (-3,94) = 76,3 \text{ MPa}$$

Von mises :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{72,5^2 - 72,5(-3,94) + 3,94^2} = 70,6 \text{ MPa}$$

Quelques explications : **pour vérifier la stabilité du matériau, il faut comparer ces contraintes équivalentes aux limites autorisées, tel est le principe des critères d'évaluation.**

Par exemple pour une poutre en acier à usage de construction, la contrainte limite d'élasticité est de 240 MPa. Dans notre exemple, la contrainte en A est donc très inférieure à la limite élastique. Encore faudrait-il l'évaluer en d'autres points de la poutre. Au niveau de l'encastrement, les contraintes sont plus fortes !

Les contraintes principales sont les plus utiles à connaître car elles permettent d'évaluer les **contraintes équivalentes de Tresca et de Von Mises.**

La contrainte équivalente de Tresca est égale au diamètre du cercle de Mohr soit au double de la contrainte de cisaillement maximum. (soit ici 2 fois 38,2MPa). Elle tient compte du fait que le matériau risque de se rompre sous l'effet du cisaillement. Les outils de coupe procède souvent par cisaillement du matériau.

Dans un matériau la rupture se produit souvent suivant le plan de glissement maximum qui est incliné de 45° par rapport aux axes principaux. D'où son nom de « critère de cisaillement maximum »

La contrainte de Von Mises est toujours inférieure ou égale à Tresca. Son expression représente l'énergie emmagasinée sous l'effet des contraintes. Il reste très proche de Tresca pour la vérification des pièces.

Le critère de Tresca assure cependant une plus grande sécurité que le critère de VM .